# GUÍA VALOR ABSOLUTO MATEMÁTICA BÁSICA
# PLEMC 2019
# G. BOBADILLA A.

---

1. Resuelva las siguientes ecuaciones:

   *a*) $|2x-5|+|2+4x|=|7x|$.
   *b*) $|x^2+5|+3=|3x+12|$.
   *c*) $6x^2-5|x|-6=0$.
   *d*) $|2x-6|=|4-5x|$.
   *e*) $|x-1|=|x+1|$.
   *f*) $|x-1|+|x+1|=0$.

2. Determine todos los $x\in\mathbb{R}$ que satisfacen la inecuación

   *a*) $|x-1|+|x+1|\leq 2$.
   *b*) $2\leq \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}$.
   *c*) $x^4>x$.
   *d*) $x^5\leq x$.
   *e*) $\dfrac{(x^2-6x+9)(x^2-6)}{x^2+3x+6}\geq 0$.
   *f*) $\dfrac{(x^2-6x+9)(x^2-6)}{x+\sqrt{7}}\leq 0$.
   *g*) $\dfrac{2x-3}{x+2}<\dfrac{1}{3}$.
   *h*) $x^2>x$.
   *i*) $|3x+4|>7$.
   *j*) $\left|\dfrac{2x-5}{x-6}\right|>3$.

3. Sean $a$, $b\in\mathbb{R}$.

   *a*) Si $0<a<b$, demuestre que $a^2<b^2$.
   *b*) Si $a<b<0$, demuestre que $a^2>b^2$.
   *c*) ¿Qué sucede con los cuadrados si $a<0<b$ ?
   *d*) Si $a^2<b^2$, ¿qué puede decir del orden entre $a$ y $b$ ?

4. Sean $a$, $b\in\mathbb{R}$. Demuestre que:

   *a*) Si $a<b$, entonces $a^3<b^3$.
   *b*) Si $a^3<b^3$, entonces $a<b$.

5. Si $a<b$, analice el orden entre $|a|$ y $|b|$.

6. Sean $a$, $b\in\mathbb{R}$. Calcule:

   *a*) $\dfrac{a+b+|a-b|}{2}$.
   *b*) $\dfrac{a+b-|a-b|}{2}$.

7. Si $-1\leq x\leq 1$, ¿entre qué valores puede variar $x^2+1$?

8. Demuestre las siguientes propiedades del valor absoluto.

a) $|x|^2 = x^2$.

b) $|x| = \text{máx}\{x, -x\}$.

c) $|x| = \sqrt{x^2}$.

d) $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$ , $y \neq 0$.

e) $|x| - |y| \leq |x - y|$.

f) $||x| - |y|| \leq |x - y|$.

9. Analizar el signo de $p(x) = x^3 - x^2 - x - 2$

10. Sea $p(x) = x^2 - 12x + 40$.

    a) completando el cuadrado en $x$, escriba $p(x)$ como suma de cuadrados.

    b) Determine el valor de $x$ para el cual $p(x)$ alcanza su valor mínimo.

11. Determine el máximo valor de $p(x) = 24x - 8 - 9x^2$.

12. En el centro de un estanque cuadrado que mide 12 metros por lado y que está lleno hasta el borde, crece una planta que se eleva un metro sobre el nivel del agua. Tirando la planta hacia el punto medio de un lado, la punta toca su borde. ¿Qué profundidad tiene el agua?

13. Considere el $\triangle ABC$, rectángulo en $A$ tal que $\overline{AB} = 6$ cm. y $\overline{AC} = 8$ cm.

    a) Dibuje el triángulo y calcule $\overline{BC}$.

    b) Marque un punto $E$ sobre el segmento $\overline{AC}$. Trace por el punto $E$ la $\perp$ a la recta $AC$. Ella corta a $\overline{BC}$ en $F$.

        1) Sea $x$ la longitud, en centímetros, de $\overline{CE}$. ¿Entre qué valores puede variar $x$? Utilizando el Teorema de Thales, exprese $\overline{EF}$ en términos de $x$.

        2) Exprese, en función de $x$, las áreas de los $\triangle AFC$ y $\triangle AFB$.

        3) ¿Para cuál valor de $x$ los $\triangle$ tienen la misma área ? ¿ Cuánto vale dicha área?

        4) ¿Para qué valores de $x$, el área $\triangle AFC >$ Área $\triangle AFB$?